Pracovní úkol

1. Změřte dynamickou viskozitu parafinového oleje Stokesovou metodou.
2. Změřte dynamickou viskozitu ricinového oleje Stokesovou metodou.
3. Ověřte, zda jsou pro dané experimentální uspořádání splněny podmínky platnosti Stokesova vzorce pro odpor prostředí při pohybu koule.
4. Hustotu skleněných kuliček určete pyknometrickou metodou.

Teoretické základy měření

Na tuhou kuličku pohybující se malou rychlostí ve viskosní kapalině působé odporová síla, kterou můžeme vyjádřit Stokesovým vztahem:

$$F_x = 6\pi\eta r v, \tag{1}$$

kde F_x je velikost odporové síly, η je dynamická viskozita kapaliny, r je poloměr kuličky, v je rychlost kuličky v kapalině. Tento vztah platí pouze pro POMALÉ, laminární obtékání kuličky kapalinou. Toto obtékání odpovídá hodnotě Reynoldsova čísla $Re << 1$.

Reynoldsovo číslo můžeme vyjádřit vztahem

$$Re = \frac{2r\rho v}{\eta}, \tag{2}$$

kde Re je Reynoldsovo číslo, r je poloměr kuličky, ρ je hustota kapaliny, v je rychlost kuličky v kapalině, η je dynamická viskozita kapaliny.

Pohybuje-li se kulička rovnoměrným pohybem, můžeme dynamickou viskozitu určit ze vztahu

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_T - \rho)g}{9v(1 - 2,4\frac{r}{R})}, \tag{3}$$

kde η je dynamická viskozita kapaliny, r je poloměr kuličky, ρ_T je hustota kuličky, ρ je hustota kapaliny, g je tíhové zrychlení, v je rychlost, jakou se kulička v kapalině pohybuje, R je poloměr válce.

Hustotu kuličky určím PYKNOMETRICKOU METODOU. Nejdříve zvážíme tělíska na vzduchu, tím určíme hmotnost Z_1. Poté naplníme pyknometr kapalinou o známé hustotě ρ_2 a zvážíme její hmotnost Z_2. Dbám na to, aby v kapalině nebyly vzduchové bubliny, a tak nechám část kapaliny vytéct kapilárou v zátce a před vážením osuším povrch pyknometru. Nakonec nasypu do pyknometru s kapalinou tělíska, jejichž hustotu chci změřit (kuličky), takto získám hmotnost Z_3. Z Archimédova zákona pak plyne vztah pro hustotu tělísek:

$$\rho_T = \frac{Z_1\rho}{Z_1 + Z_2 - Z_3} \tag{4}$$

Naměřené hodnoty a zpracování výsledků

Před měřením byly v laboratoři tyto podmínky:

Teplota:	$(23 \pm 0,5)$ °C
Tlak místní:	$(748,3 \pm 0,1)$ torr
Relativní vlhkost vzduchu:	(40 ± 1) %

V tabulkách jsem si našla hodnotu dynamické viskozity parafinového a ricinového oleje:

Parafinový olej: $\eta_{20^\circ\mathrm{C}} = 101,8 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Ricinový olej: $\eta_{20^\circ\mathrm{C}} = 986,0 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}

1. Měření dynamické viskozity ricinového oleje.

Nejprve jsem měřila dynamickou viskozitu ricinového oleje. Nejprve jsem změřila „příčný“ a „podélný“ rozměr částice. Částice (kuličky) nejsou dokonale kulaté, někdy jsou dokonce šišaté.

Dle vztahu (3) je potřeba znát poloměr kuličky. Měřila jsem velikost 10 velkých kuliček. Pro každou kuličku jsem naměřila „příčný“ a „podélný“ rozměr částice, poloměr kuličky jsem vypočítala jako aritmetický průměr „příčného“ a „podélného“ rozměru částice. Rozměry všech kuliček jsem měřila dílenským mikroskopem.

Pro každou částici jsem změřila čas t, za který částice urazila rovnoměrným pohybem ve válci vzdálenost l. Naměřené hodnoty jsou zaznamenány v Tabulce 1. Reakční doba experimentátora se vyruší, protože stopky mačkám dvakrát a svou reakční dobu pokládám během experimentu za stálou (0,15 s).

Tabulka 1. Přehled naměřených hodnot pro velké kuličky v ricinovém oleji.

i	x [10^{-2} mm]	y [10^{-2} mm]	t [s]	l [cm]
1	271	279	33,31	25,4
2	296	265	32,48	25,4
3	276	289	31,66	25,5
4	280	283	33,21	25,4
5	273	280	31,78	25,4
6	286	283	31,43	25,4
7	278	286	30,98	25,4
8	280	273	32,52	25,4
9	280	268	31,42	25,4
10	274	261	33,70	25,4

Pro velké kuličky mi vyšly tyto hodnoty:

Poloměr kuličky	$r = (139 \pm 2) \cdot 10^{-2}$ mm
Rychlost kuličky	$v = (7,89 \pm 0,23)$ mm.s^{-1}
Dynamická viskozita	$\eta = (906 \pm 2) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Reynoldsovo číslo	$Re = (0,021 \pm 0,00)$

Dále jsem měřila velikost 5 malých kuliček. Pro každou kuličku jsem opět naměřila „příčný“ a „podélný“ rozměr částice, poloměr kuličky jsem vypočítala jako aritmetický průměr „příčného“ a „podélného“ rozměru částice.

Pro každou částici jsem změřila čas t, za který urazila rovnoměrným pohybem ve válci vzdálenost l. Naměřené hodnoty jsou zaznamenány v Tabulce 2.

TABULKA 2. Přehled naměřených hodnot pro malé kuličky v ricinovém oleji.

i	x [10^{-2} mm]	y [10^{-2} mm]	t [s]	l [cm]
1	121	114	156,72	25,4
2	124	119	134,48	25,4
3	123	112	138,53	25,4
4	97	115	140,35	25,4
5	95	90	136,24	25,4

Pro malé kuličky mi vyšly tyto hodnoty:

Poloměr kuličky	$r = (55,5 \pm 5,9) \cdot 10^{-2}$ mm
Rychlost kuličky	$v = (1,8 \pm 0,1)$ mm.s^{-1}
Dynamická viskozita	$\eta = (595 \pm 21) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Reynoldsovo číslo	$Re = (0,003 \pm 0,00)$

2. MĚŘENÍ DYNAMICKÉ VISKOZITY PARAFINOVÉHO OLEJE.

Pokračovala jsem měřením pro parafinový olej. Rozměry částic jsem převzala z předchozího měření (měření ricinového oleje, převzala jsem odhady hodnot).

Pro každou částici jsem opět změřila čas t, za který částice urazila rovnoměrným pohybem ve válci vzdálenost l. Naměřené hodnoty jsou zaznamenány v TABULCE 3 a v TABULCE 4.

TABULKA 3. Přehled naměřených hodnot pro velké kuličky v parafinovém oleji.

i	t [s]	l [cm]
1	2,20	26,0
2	2,65	26,0
3	2,61	26,0
4	2,49	26,0
5	2,31	26,0
6	2,58	26,0
7	2,65	26,0
8	2,41	26,0
9	2,52	26,0
10	2,47	26,0

Pro velké kuličky mi vyšly tyto hodnoty:

Poloměr kuličky	$r = (139 \pm 2) \cdot 10^{-2}$ mm
Rychlost kuličky	$v = (10,5 \pm 0,7)$ cm.s^{-1}
Dynamická viskozita	$\eta = (68 \pm 0) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Reynoldsovo číslo	$Re = (4,063 \pm 0,187)$

Dále jsem měřila dobu pádu 10 malých kuliček.

Pro každou částici jsem změřila čas t, za který urazila rovnoměrným pohybem ve válci vzdálenost l. Naměřené hodnoty jsou zaznamenány v TABULCE 4.

TABULKA 4. Přehled naměřených hodnot pro malé kuličky v parafinovém oleji.

i	t [s]	l [cm]
1	7,50	26,0
2	8,69	26,0
3	9,95	26,0
4	11,79	26,0
5	9,19	26,0
6	7,91	26,0
7	11,19	26,0
8	8,90	26,0
9	9,24	26,0
10	8,01	26,0

Pro malé kuličky mi vyšly tyto hodnoty:

Poloměr kuličky	$r = (55,5 \pm 5,9) \cdot 10^{-2}$ mm
Rychlost kuličky	$v = (2,9 \pm 0,4)$ cm.s^{-1}
Dynamická viskozita	$\eta = (37 \pm 0) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Reynoldsovo číslo	$Re = (0,724 \pm 0,024)$

3. MĚŘENÍ HUSTOTY KULIČEK PYKNOMETREM.

Pro velké kuličky jsem naměřila tyto hodnoty:

$Z_1 = 5,8282$ g
$Z_2 = 10,2200$ g
$Z_3 = 13,8285$ g

Hustota vody při teplotě 23°C je $\rho_{\mathrm{H_2O}\ 20^{\circ}\mathrm{C}} = 997,5412$ kg.m^{-3}.

Pro tyto hodnoty mi vychází hustota velkých kuliček $\rho_T = 2619,214$ kg.m^{-3}.
Pro malé kuličky jsem naměřila tyto hodnoty:

$Z_1 = 3,6672$ g
$Z_2 = 10,2200$ g
$Z_3 = 12,4625$ g

Pro tyto hodnoty mi vychází hustota malých kuliček $\rho_T = 2567,687$ kg.m^{-3}.

Diskuse

RICINOVÝ OLEJ: Naměřená hodnota dynamické viskozity ricinového oleje je pro velké kuličky $\eta = (906 \pm 2) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1} velmi podobná tabelované hodnotě $\eta_{\mathrm{tab}} = 986 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}. Reynoldsovo číslo $Re = 0,021$ splňuje podmínku $Re << 1$.

PARAFINOVÝ OLEJ: Naopak naměřená hodnota dynamické viskozity parafinového oleje pro velké kuličky $\eta = (68 \pm 0) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1} je zhruba o polovinu menší než tabelovaná hodnota. To může souviset s prouděním kapaliny při pohybu kuličky: Reynoldsovo číslo pro velké kuličky mi vyšlo $Re = 4,063$, což vůbec nesplňuje podmínku

Re << 1. Kulička se v parafinovém oleji pohybovala mnohem rychleji než v ricinovém oleji, mohlo dojít k turbulentnímu proudění kapaliny.

Rychlost pádu mohl ovlivňovat tvar a velikost kuličky, dále pak bublinky vzduchu, které se vytvořily nad některými malými kuličkami při měření parafinového oleje.

Měření vyšlo přesněji pro velké kuličky.

Závěr

Ověřila jsem, že Stokesův vztah (1) platí pouze pro kuličky pohybující se pomalu a pro kapaliny s laminárním prouděním. Pro kuličky, které se pohybují rychleji, by měl platit Newtonův vztah pro odporovou sílu

$$F_o = \frac{1}{2} C \rho S v^2, \tag{5}$$

kde F_o je velikost odporové síly, C je konstanta závislá na tvaru tělesa, ρ je hustota kapaliny, S je průřez vystavený proudění a v je rychlost proudění kapaliny.

Nakonec uvádím přehled naměřených hodnot:

Ricinový olej	
Tabelovaná hodnota dynamické viskozity:	$\eta_{20^{\mathrm{o}}\mathrm{C}} = 986,0 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Zjištěná hodnota dynamické viskozity	
pro VELKÉ kuličky:	$\eta = (906 \pm 2) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
pro MALÉ kuličky:	$\eta = (595 \pm 21) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Doporučená hodnota Reynoldsova čísla *Re*:	*Re* << 1
Zjištěná hodnota Reynoldsova čísla *Re*	
pro VELKÉ kuličky:	$Re = (0,021 \pm 0,00)$
pro MALÉ kuličky:	$Re = (0,003 \pm 0,00)$
Parafinový olej	
Tabelovaná hodnota dynamické viskozity:	$\eta_{20^{\mathrm{o}}\mathrm{C}} = 101,8 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Zjištěná hodnota dynamické viskozity	
pro VELKÉ kuličky:	$\eta = (68 \pm 0) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
pro MALÉ kuličky:	$\eta = (37 \pm 0) \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.kg.s^{-1}
Doporučená hodnota Reynoldsova čísla *Re*:	
Zjištěná hodnota Reynoldsova čísla *Re*	*Re* << 1
pro VELKÉ kuličky:	$Re = (4,063 \pm 0,187)$
pro MALÉ kuličky:	$Re = (0,724 \pm 0,024)$
Hustota kuliček	
Zjištěná hustota VELKÝCH kuliček	$\rho_T = 2619,214$ kg.m^{-3}
Zjištěná hustota MALÝCH kuliček	$\rho_T = 2567,687$ kg.m^{-3}

Použitá literatura

[1] Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1967.

[2] B. Sprušil, P. Zieleniecová: Úvod do teorie fyzikálních měření. SPN, Praha 1997.

[3] J. Brož, V. Roskovec, M. Valoucký: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980.

[4] A. Havránek: Mechanika II. Kontinuum. SPN, Praha 1982.