Pracovní úkol

1. Experimentálně ověřte platnost Einsteinova vztahu pro střední kvadratické posunutí částice $\overline{s^2}$ při Brownově pohybu.
2. Určete aktivitu Brownova pohybu A částic latexu ve vodě za pokojové teploty.
3. Vypočtěte Avogadrovu konstantu N_A.

Teoretické základy měření

Brownův pohyb je neustálý chaotický pohyb malých částic rozptýlených v kapalině nebo plynu, je podmíněn fluktuacemi tepelného pohybu okolních částic. Pro střední kvadratické posunutí částice v jednom směru $\langle\overline{s^2}\rangle$ za čas t platí Einsteinův vztah:

$$\overline{s^2} = A \cdot t, \tag{1}$$

kde A je aktivita Brownova pohybu, která je pro danou částici v daném prostředí za stálé teploty konstantní.

Pro postupný pohyb částice poloměru r prostředím o viskozitě η při teplotě T platí:

$$A = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A}, \tag{2}$$

kde R je molární plynová konstanta ($R = 8,314\mathrm{J.mol^{-1}.K^{-1}}$).

Změřením aktivity Brownova pohybu podle vztahu (1) a dosazením do vztahu (2) lze získat hodnotu Avogadrovy konstanty:

$$N_A = \frac{RTt}{3\pi\eta r\overline{s^2}}, \tag{3}$$

kde N_A je Avogadrova konstanta, R je molární plynová konstanta, T je termodynamická teplota, t je čas, η je dynamická viskozita prostředí, r je poloměr částice latexu a $\overline{s^2}$ je střední kvadratické posunutí.

Viskozitu roztoku zjistíme z viskozity vody η_0 a relativní viskozity η_{rel}:

$$\eta_{\mathrm{rel}} = 1 + 2,5\phi, \tag{4}$$

kde ϕ je objemový podíl částic latexu ve vodě.

Vlastní měření je realizováno tak, že na folii připevněnou před obrazovku, kam se přenáší obraz z mikroskopu, zakresluji polohy pozorované částice v časovém intervalu t.

Ve skutečnosti ale neměříme skutečné posunutí částice za čas t, ale jeho průmět do roviny zaostření mikroskopu. Označíme-li S naměřené posunutí, pak pro skutečné posunutí s platí:

$$s = S\cos\alpha, \tag{5}$$

kde α je úhel sevřený vektorem posunutí částice s rovinou pozorování.

Střední kvadratické posunutí s bude tedy dáno vztahem:

$$\overline{s^2} = \langle S^2 \cdot \cos\alpha \rangle = \langle S^2 \rangle \cdot \langle \cos\alpha \rangle \tag{6}$$

Jelikož S a α jsou nezávislé, lze předchozí úpravu uskutečnit.

Jde o náhodný pohyb, všechny α budou tedy stejně pravděpodobné, nyní zbývá zjistit střední hodnotu $\cos\alpha$ na intervalu $[0; 2\pi)$. Tato střední hodnota je $\frac{1}{2}$, a tedy platí:

$$\overline{s^2} = \frac{\overline{S^2}}{2}, \tag{7}$$

tento vztah získám dosazením do vztahu (4).

Označíme-li vzdálenost sousedních bodů S_t , vzdálenost bodů i , $i+2$ S_{2t}, vzdálenost bodů i, $i+3$ S_{3t} a vzdálenost bodů i, $i+4$ S_{4t} a platí-li Einsteinův vztah (1), musí platit:

$$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2} = t : 2t : 3t : 4t = 1 : 2 : 3 : 4 \tag{8}$$

Pokud tento vztah dostatečně přesně platí, můžeme experimentální data použít k výpočtu Avogadrovy konstanty podle vztahu (3). Uvědomíme-li si, že mikroskop má zvětšení z, tak naměřenou hodnotu $\overline{s^2}$ je před dosazením potřeba vydělit z^2.

Naměřené hodnoty a zpracování výsledků

Před měřením byly v laboratoři tyto podmínky:

Teplota:	$(26,5 \pm 0,5)$ °C, $T = 299,5 \pm 0,5$ K
Tlak místní:	$(745,0 \pm 0,1)$ torr
Tlak přepočtený na hladinu moře:	$(766,3 \pm 0,1)$ torr
Relativní vlhkost vzduchu:	(46 ± 1) %

K výpočtům budu potřebovat následující veličiny:

Průměr částice latexu: 850 nm, tedy $r = 425$ nm

Objemový podíl částic latexu ve vodě: $\phi = 1 : 600$

Chybu veličin r a ϕ neznám, nebudu s ní tedy počítat.

Viskozita vody při $(26,5 \pm 0,5)$ °C: $\eta_0 = (0,88 \pm 0,01)\ 10^{-3}$ Pa.s

Viskozita suspenze při $(26,5 \pm 0,5)$ °C: $\eta = (1 + 2,5\phi)\eta_0 = (0,88 \pm 0,01)\ 10^{-3}$ Pa.s

Časový interval t: Měřila jsem dobu deseti znamení pípátka, podle kterého jsem dělala tečky na folii před obrazovkou. Bohužel jsem měřila pouze jednou, naměřená hodnota byla 95,83 s. Započtu-li osobní chybu (0,1 s), vychází mi časový interval t takto: $t = (9,58 \pm 0,1)$ s.

Zvětšení mikroskopu z: Na fólii připevněnou před obrazovku jsem nanesla délku odpovídající (0,1 ± 0,002) mm - to je délka z kalibrační stupnice pod mikroskopem. Délka na fólii byla (162 ± 1) mm. Usuzuji tedy, že zvětšení mikroskopu bylo $z = (1620 \pm 30)$.

Před vlastním měřením bylo nutné připravit preparát, u kterého by nedocházelo k tečení všech částic jedním převládajícím směrem. Toho jsem docílila nejen zaostřením mikroskopu na vhodnou pozici (vertikálně) uvnitř preparátu, ale hlavně výrobou preparátu. Musím se vyhnout se bublinám uvnitř kapky. Kapka se nesmí dotýkat papírové vložky na podložním sklíčku, která sice brání roztoku před vysycháním, ale hlavně nasává suspenzi, a tak vytváří dominantní projevy tečení. Na hliníkovou část jsem položila 4 kousíčky krycího sklíčka, na tyto 4 podložky jsem pak položila samotné krycí sklíčko. Tímto podložením jsem zabránila „rozplácnutí“ kapky a postupnému nasávání do papírové vrstvy.

1. Provedla jsem dvě měření, obě se stejnou hodnotou t. První měření zaznamenalo cca 50 poloh částice. Bohužel píšu levou rukou, takže při pokusu o druhé měření se mi povedlo si první částici rozmazat.

   Při měření poloh druhé částice jsem naměřila 68 poloh. Po analýze naměřených dat jsem si všimla, že polohy částice od $i = 54$ jsou nápadně vzdálené od polohy $i = 53$. Soudím tedy, že se jedná o další částici, ta pozorovaná nejspíše „utekla“ ze zorného pole zaostření mikroskopu, mohla se dostat pod hustě popsanou část fólie, takže nebyla vidět. Hodnoty s pořadovým číslem $i = 54$ a vyšším tedy nebudu uvažovat.

   S takovýmto souborem jsem provedla výpočet $\overline{S^2}$ a ověření Einsteinova vztahu. Poměry dle vztahu (8) vycházely celkem nepřesně

   $$1 : (1,32 \pm 0,46) : (2,32 \pm 0,80) : (2,08 \pm 0,63)$$

   (viz také obr. 1-3). Provedla jsem tedy další analýzu naměřených poloh částice.

   Fólii se záznamem poloh jsem naskenovala a zvětšila. Zjistila jsem, že v předchozích výpočtech jsem špatně určila 30. polohu částice, zaměnila jsem ji s 50. polohou částice. Po opravě poloh částic jsem opět provedla výpočet pomocí programu Brown, výsledky jsou následující:

   Poměry dle vztahu (8) vycházejí nyní přesněji:

   $$1 : (1,83 \pm 0,44) : (2,63 \pm 0,72) : (3,33 \pm 1,11).$$

   Samotné střední kvadratické vzdálenosti vycházejí:

   $S_t^2 = (77 \pm 12)\ \mathrm{mm}^2$
   $S_{2t}^2 = (141 \pm 26)\ \mathrm{mm}^2$
   $S_{3t}^2 = (203 \pm 45)\ \mathrm{mm}^2$
   $S_{4t}^2 = (257 \pm 75)\ \mathrm{mm}^2$

   Můj závěr je, že v tomto případě nedochází k příliš velkému tečení a číselné výsledky to potvrzují. Proto v dalších úkolech budu počítat s výsledky měření od částice 2 po korekci (viz také obr. 4-6) a budu počítat s veličinou $\overline{S_t^2}$.

   Dále musíme ke statistické chybě veličiny $\overline{S_t^2}$ přičíst chybu měření vzdálenosti na fólii (při přenášení dat do počítače) odhadla bych $\overline{S_t} = 8{,}7$ mm a chyba ± 0,5 mm, odtud pro další výpočty $\overline{S_t^2} = (77 \pm 15)\ \mathrm{mm}^2$. Avšak to je hodnota na fólii, je potřeba započítat zvětšení mikroskopu z.

2. Použitím vztahů (7) a (1) získám hodnotu aktivity Brownova pohybu:

$$A = (1,5 \pm 0,6) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

3. Dosazením do vztahu (3) dostanu výsledek

$$N_A = (2,022 \pm 0,00)10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Diskuse

Výsledná hodnota N_A se v rámci nekryje s hodnotou tabelovanou ([1] uvádí $N_A = 6,023.10^{23}$ mol^{-1}). Takto velký nesoulad je nejspíš způsoben nějakou nespecifikovanou hrubou chybou v měření. Možné další zdroje chyb:

- systematickou chybu odčítání na obrazovce a přenosu z folie do počítače nebylo možno přesně určit, neboť program Brown neposkytuje statistické zpracování veličiny S (jenom S^2).
- není k dispozici chyba určení poloměru latexové částice.
- asi největším nezapočítaným zdrojem chyb je makroskopické tečení, které, soudě podle hodnot poměru (8) středních kvadratických hodnot vzdáleností, může ovlivňovat výsledek až o 30% (aritmetický průměr relativních odchylek tří nepřesných členů v poměru 1 : 2 : 3 : 4).

Závěr

Poměrně úspěšně jsem ověřila Einsteinův vztah (1) pro střední kvadratické posunutí částice vlivem Brownova pohybu. Získaná hodnota Avogadrovy konstanty $N_A = (2,022 \pm 0,00)$ mol^{-1} se sice v rámci její chyby neshoduje s tabelovanou hodnotou, přesto myslím, že celkový výsledek měření je pozitivní v tom smyslu, že se s tabelovanou hodnotou shoduje alespoň řádově.

Přikládám fólie, na které jsem zaznamenala polohy částice. Na fólii č. 1 je zaznamenána poloha první částice (té nepovedené) uvnitř červené kalibrační stupnice a v pravém horním rohu jsou zaznamenány polohy částice č. 2 (té, pro kterou jsem počítala A, $\overline{s^2}$).

Na fólii č. 2 jsou zaznemenány polohy částice č. 2 po naskenování a zvětšení.

Použitá literatura

[1] J. Mikulčák, B. Klimeš, J. Široký, V. Šůla, F. Zemánek: Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy. Prometheus, Praha 1997.

[2] B. Sprušil, P. Zieleniecová: Úvod do teorie fyzikálních měření. SPN, Praha 1997.