Pracovní úkol

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody σ v rozsahu teplot od 295 do 345 K metodou bublin.
2. Měřenou závislost znázorněte graficky. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

Teoretické základy měření

Povrchové napětí σ je definováno jako síla působící kolmo na jednotkovou délku každého myšleného řezu povrchem látky. Tato síla leží v tečné rovině k povrchu ve vyšetřovaném místě a je stejně velká ve všech směrech povrchu.

Povrchové napětí je charakteristickým znakem kapalin. Hodnota povrchového napětí je pro danou kapalinu závislá na tom, s jakou látkou je kapalina ve styku, dále závisí na teplotě a čistotě kapaliny.

Měřicí aparatura je popsána a znázorněna ve studijním textu k této úloze. Pomocí mikromanometru měřím přetlak (v bublině).

Maximální přetlak (v bublině) nastane $\Delta p_{\sigma_{\max}}$, když se v kapiláře vytvoří vzduchová bublina o průměru stejném jako je průměr kapiláry:

$$\Delta p_{\sigma_{\max}} = \frac{2\sigma}{r_0} + h\rho g = \frac{4\sigma}{d_0} + h\rho g, \tag{1}$$

kde σ je povrchové napětí vody, h je hloubka, ve které se bublina vytváří, ρ je hustota vody, g je tíhové zrychlení a r_0 (d_0) je poloměr (průměr) kapiláry.

S růstem poloměru průmeru bubliny se snižuje podtlak a bublina se odtrhne do kapiláry. Přetlak (v bublině) Δp_σ pak nabývá hodnoty

$$\Delta p_\sigma = \frac{4\sigma}{d_0} + h\rho g, \tag{2}$$

Výšku vodního sloupce v mikromanometru měříme v okamžiku maximálního přetlaku (v bublině) $\Delta p_{\sigma_{\max}}$. Jelikož se bublina vytváří těsně pod hladinou, mohu vztah (1) zjednodušit na

$$\Delta p_{\sigma_{\max}} = \frac{4\sigma}{d_0}. \tag{3}$$

Veličinu $\Delta p_{\sigma_{max}}$ mohu vyjádřit jako

$$\Delta p_{\sigma_{\max}} = h_m \rho g \sin\alpha, \tag{4}$$

kde h_m je výška vodního sloupce v trubici mikromanometru, ρ je hustota vody v trubici mikromanometru, g je tíhové zrychlení a α je úhel sklonu trubice v mikromanometru.

Ze vztahů (3) a (4) tedy odvodím konečný vztah pro výpočet povrchového napětí σ:

$$\sigma = \frac{1}{4} h_m \rho g d_0 \sin\alpha \tag{5}$$

Ze vztahu (5) plyne, že mezi povrchovým napětím σ a výškou vodního sloupce v mikromanometru h_m platí vztah úměry:

$$\sigma = kh_m \tag{6}$$

$$\sigma(T) = kh_m(T) \tag{7}$$

Naměřené hodnoty a zpracování výsledků

Při měření byly v laboratoři tyto podmínky:

Teplota:	$(25,5 \pm 0,5)$ °C
Tlak místní:	$(752,2 \pm 0,1)$ torr
Tlak přepočtený na hladinu moře:	$(773,1 \pm 0,1)$ torr
Relativní vlhkost vzduchu:	(42 ± 1) %

V tabulkách jsem si našla hodnoty povrchových napětí vody pro danou teplotu:

Destilovaná voda:
$t = 20$°C: $\sigma_{H_2O;20^\circ\mathrm{C}} = 72,75 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}
$t = 25$°C: $\sigma_{H_2O;25^\circ\mathrm{C}} = 72,00 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}
$t = 30$°C: $\sigma_{H_2O;30^\circ\mathrm{C}} = 71,20 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}
$t = 40$°C: $\sigma_{H_2O;40^\circ\mathrm{C}} = 69,60 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}
$t = 50$°C: $\sigma_{H_2O;50^\circ\mathrm{C}} = 67,90 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}
$t = 60$°C: $\sigma_{H_2O;60^\circ\mathrm{C}} = 66,20 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}
$t = 70$°C: $\sigma_{H_2O;70^\circ\mathrm{C}} = 64,40 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}
$t = 80$°C: $\sigma_{H_2O;80^\circ\mathrm{C}} = 62,60 \cdot 10^{-3}$ N.m^{-1}

Naklonění trubice manometru bylo 30°.

Tabulka 1. Přehled naměřených hodnot teplot a hodnot délek v trubici mikromanometru.

i	t [°C]	h_m [mm]	i	t [°C]	h_m [mm]
1	24,50	110	9	48,50	102
2	25,80	109	10	51,00	101
3	28,00	108	11	54,00	100
4	29,25	107	12	59,50	99
5	33,50	106	13	62,50	98
6	36,50	105	14	67,00	97
7	40,00	104	15	72,50	96
8	45,00	103	16	75,00	95

Ze vztahu (7) a z Tabulky 1 je vidět, že σ závisí na teplotě, protože h_m se mění s teplotou. Mám-li grafem závislosti $\sigma = \sigma(T)$ proložit kvadratickou funkci, musí platit

$$h_m(T) = a + b \cdot T + c \cdot T^2, \tag{8}$$

kde h_m je výška hladiny kapaliny v trubici manometru (není započítáno sklonění $\sin\alpha = \frac{1}{2}$), T je termodynamická teplota kapaliny v nádobě, a, b, c jsou koeficienty kvadratické funkce.

Metodou nejmenších čtverců určím koeficienty a, b, c :

$$\sum_{i=1}^{n} \left(h_{m_i} - a - b \cdot T_i - c \cdot T_i^2\right)^2 = \min \tag{9}$$

$$a \sum T_i^2 + b \sum T_i^3 + c \sum T_i^4 = \sum h_{m_i} T_i^2 \tag{10}$$

$$a \sum T_i + b \sum T_i^2 + c \sum T_i^3 = \sum h_{m_i} T_i \tag{11}$$

$$an + b \sum T_i + c \sum T_i^2 = \sum h_{m_i}, \tag{12}$$

kde h_{m_i} a T_i jsou dvojice naměřených hodnot a n je počet měření.

Hodnoty těchto koeficientů jsou
$$a = (352,4 \pm 39,0)\ \text{mm}$$
$$b = (-1,28 \pm 0,24)\ \text{mm.K}^{-1}$$
$$c = (1,55 \pm 0,37)\ 10^{-3} \cdot\ \text{mm.K}^{-2}$$

Chybu h_m odhaduji na 0,5 mm.

Konstanta k ze vztahu (7) má hodnotu $k = (635,74 \pm 0,03) \cdot 10^{-3}\ \text{N.m}^{-2}$.

Tabulka 2. Přehled vypočtených hodnot povrchového napětí.

h [mm]	t [°C]	T [K]	σ [10^{-3} N.m^{-1}]	σ_σ [10^{-3} N.m^{-1}]
110	24,5	297,5	69,93	4,20
109	25,8	298,8	69,30	4,16
108	28	301	68,66	4,12
107	29,25	302,25	68,02	4,08
106	33,5	306,5	67,39	4,04
105	36,5	309,5	66,75	4,00
104	40	313	66,12	3,97
103	45	318	65,48	3,93
102	48,5	321,5	64,85	3,89
101	51	324	64,21	3,85
100	54	327	63,57	3,81
99	59,5	332,5	62,94	3,78
98	62,5	335,5	62,30	3,74
97	67	340	61,67	3,70
96	72,5	345,5	61,03	3,66
95	75	348	60,40	3,62

Grafické znázornění závislosti povrchového napětí σ na termodynamické teplotě destilované vody je v Grafu 1.

Závislost vypočtených hodnot povrchového napětí σ na termodynamické teplotě destilované vody jsem proložila funkcí

$$\sigma = (0,221 \pm 0,024) - (7,93 \pm 1,49) \cdot 10^{-4} \cdot T + (9,56 \pm 2,32) \cdot 10^{-7} \cdot T^2 \tag{13}$$

Závislost tabulkových hodnot povrchového napětí σ na termodynamické teplotě destilované vody jsem proložila funkcí

$$\sigma = (0,095 \pm 0,002) + (1,46 \pm 10,94) \cdot 10^{-6} \cdot T - (2,65 \pm 0,17) \cdot 10^{-7} \cdot T^2 \qquad (14)$$

Diskuse

Při měření kapalina v trubici mikromanometru oscilovala. Jednotlivé oscilace odpovídaly množství vypuštěných bublinek. Měřila jsem horní úvrať kapaliny v trubici, ta odpovídá maximálnímu rozdílu tlaků v nádobě a v atmosféře. Před každou horní úvratí kapalina opadla o cca 2 cm, pak se postupně vyšplhala zpět a opět opadla. Jak je vidět z Tabulky 1 s rostoucí teplotou klesala hladina kapaliny v mikromanometru, a tedy klesal přetlak atmosféry.

Naměřené hodnoty jsou vždy menší než hodnoty tabulkové. To souvisí s možnou přítomností povrchově aktivních látek, které snižují povrchové napětí.

Z Grafu 1 je patrné, že křivka, kterou jsem proložila tabulkové hodnoty, je konkávní, avšak křivka proložená vypočtenými hodnotami je konvexní. To může být způsobeno tím, že při zahřívání kapaliny s kapilárou nebyla stejná teplota v celé soustavě (aspirátor, mikromanometr). Měřená teplota byla tedy vždy o něco vyšší než skutečná teplota těsně pod hladinou.

Naměřené (vypočtené) hodnoty v rámci chyby odpovídají tabulkovým hodnotám. Relativní chyba určení průměru kapiláry se blíží 4 %. To velmi ovlivňuje chybu veličiny σ. Chybu povrchového napětí tedy odhaduji na 4 %.

Závěr

Ověřila jsem, že povrchové napětí látek závisí na teplotě. Grafické znázornění této závislosti je v Grafu 1.

Použitá literatura

[1] Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1967.

[2] B. Sprušil, P. Zieleniecová: Úvod do teorie fyzikálních měření. SPN, Praha 1997.

[3] J. Brož, V. Roskovec, M. Valoucký: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980.