10 Základní principy speciální teorie relativity

Princip relativity, Lorentzova transformace, relativistická invariance Maxwellových rovnic, relativistická pohybová rovnice hmotného bodu, ekvivalence hmotnosti a energie.

10.1 Postuláty speciální teorie relativity

Nerelativistická mechanika je formulována vzhledem inerciálnímu vztažnému systému. S jedním inerciálním systémem jich však zavádíme nekonečně mnoho a nerelativistická mechanika nám neposkytuje prostředky k určení „primárního“ nepohyblivého inerciálního vztažného systému.

Einsteinovo řešení tohoto rozporu spočívá v tom, že není principiálně možné žádným fyzikálním pokusem rozhodnout, který ze dvou inerciálních vztažných systémů, které se vůči sobě pohybují, je v klidu a který v pohybu. Tyto úvahy formulovat jako **speciální princip relativity**: *všechny inerciální systémy jsou rovnocenné pro formulaci všech fyzikálních zákonů.*

Druhým principem, na kterém je postavena STR je **princip konstantní rychlosti světla** (Einstein vycházel z experimentálních výsledků, zvláště z Michelsonova-Morleyho pokusu): *světelné signály se šíří v prázdném prostoru přímočaře, se stejnou konstantní rychlostí c ve všech časech, ve všech směrech a ve všech inerciálních systémech.*

10.2 Lorentzova transformace

Pokud požadujeme, aby platily dva základní principy STR, bude vztah mezi dvěma systémy popsanými parametry $\{x^0, x^1, x^2, x^3\} \equiv \{ct, x, y, z,\}$ a $\{x'^0, x'^1, x'^2, x'^3\}$ dán **Lorentzovou transformací**.

Ve speciálním případě, kdy osy x^1 a x'^1 splývají a systémy se vůči sobě pohybují rychlostí v pouze ve směru této osy, mluvíme o **speciální Lorentzově transformaci**, kterou můžeme napsat ve tvaru

$$x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu \qquad \text{neboli} \qquad \begin{pmatrix} x'^0 \\ x'^1 \\ x'^2 \\ x'^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

kde se používá značení

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad \text{a} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{2}$$

Pokud jsou rychlosti tak malé, že můžeme zanedbat veličiny řádu β, přechází Lorentzova transformace v nerelativistickou **Galileovu**

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -v & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \tag{3}$$

10.3 Lorentzova transformace a Maxwellovy rovnice

Z Galileovy transformace vyplývá, že se nemění zrychlení (je to druhá derivace souřadnic podle času), nemění se vzdálenost $\Delta s = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$ částic a dají se vektorově skládat rychlosti. Tomu ale neodpovídají vlastnosti elektromagnetických vln (šíří se konstantní rychlostí c nezávisle na rychlosti zdroje). Elektromagnetické pole (MR) jsou **lorentzovsky invariantní**, ale nikoliv galileovsky. Nerelativistická teorie je limitním případem

relativistické pro malé rychlosti, nerelativistickou mechaniku je tedy třeba při vysokých rychlostech „opravit“.

Pokud teorii elektromagnetického pole formulujeme pomocí MR, je tedy rovnou relativistická.

10.4 Základní důsledky Lorentzovy transformace

V relativistické teorii není invariantní vzdálenost mezi dvěma body $(\mathrm{d}s)^2 = (\mathrm{d}x^1)^2 + (\mathrm{d}x^2)^2 + (\mathrm{d}x^3)^2$, ale zachovává se **prostoročasový interval** $(\mathrm{d}\mathsf{s})^2 = -(\mathrm{d}x^0)^2 + (\mathrm{d}x^1)^2 + (\mathrm{d}x^2)^2 + (\mathrm{d}x^3)^2$.

Měříme-li délku nějakého předmětu, který se vůči nám pohybuje, zjistíme, že se nám jeví kratší, než kdyby byla v klidu:

$$l = \frac{l_0}{\gamma}. \tag{4}$$

Dochází k tzv. **kontrakci délek**.

Dalším jevem plynoucím z Lorentzovy transformace je **dilatace času** – nejrychleji jsou hodiny, které jsou vůči pozorovateli v relativním klidu

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0. \tag{5}$$

Experimentálně byla dilatace času potvrzena měřením mionů dopadajících na zemský povrch. Vzhledem ke své době života by neměly být vůbec zachyceny, díky dilataci času se však detekují.

Relativistický vzorec pro skládání rychlostí má tvar

$$u = \frac{u_0 + v}{1 + \frac{u_0 v}{c^2}}. \tag{6}$$

Jedním z důsledků Lorentzovy transformace je i **relativita současnosti** – snadno se přesvědčíme, že dvě události, které nejsou soumístné se v STR neodehrávají ve stejný čas. Současnost není absolutní pojem.

10.5 Relativistická kinematika a dynamika

Vzhledem k tomu, že časové intervaly jsou relativní, zavádí se interval **vlastního času** pomocí prostoročasového intervalu

$$\mathrm{d}\mathsf{s}^2 = -c^2\,\mathrm{d}\tau^2. \tag{7}$$

Vlastní čas je čas udávaný hodinami v systému, vůči kterému je dané těleso v klidu.

Pohybový stav v STR určujeme pomocí **čyřrychlosti**

$$u^\mu = \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \gamma(c, \vec{u}) \tag{8}$$

popř. **čtyřhybnosti**

$$p^\mu = m_0 u^\mu. \tag{9}$$

(v STR je hmotnost tělesa závislá na jeho pohybovém stavu

$$m = \gamma m_0, \tag{10}$$

pohybující se těleso je těžší).

Pokud použijeme **pohybovou rovnici** analogickou nerelativistické teorii, dostaneme **čtyřsílu**

$$\frac{\mathrm{d}p^\mu}{\mathrm{d}\tau} = F^\mu = \gamma(c\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}, \vec{F}). \tag{11}$$

Prostorové složky čtyřsíly můžeme vyjádřit jako

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a} + (\gamma\frac{\mathrm{d}m_0}{\mathrm{d}t} + m_0\gamma^3\frac{\vec{v}\cdot\vec{a}}{c^2})\vec{v} \tag{12}$$

(při působení mechanických sil se m_0 nemění).

10.6 Ekvivalence hmoty a energie

Snad nejznámější vztah, který Einstein dostal z postulátů STR je **ekvivalence hmoty a energie**

$$E = mc^2 = E_k + m_0c^2 = E_k + E_0. \tag{13}$$

Těleso má tedy energii, i když je v klidu; proto se tato energie nazývá **klidová energie**. Znamená to, že kromě jiných forem energie, jako je potenciální, kinetická, elektromagnetická, apod., se energie může projevovat ve formě hmoty. Hmota a energie tedy jsou dva projevy jedné entity. Platí jediný zákon zachování hmoty-energie; hmota může zanikat, pokud při tomto procesu vzniká dostatečné množství energie.

Často je pro relativistickou energii užitečné použít vztah

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2. \tag{14}$$